دو مفهوم کلیدی ریاضی دورهٔ ابتدایی
الگوریتم و سنجش برای یادگیری

مترجم: محمدحسام قاسمی
کارشناس ارشد ریاضی و دبیر ریاضی
شهرستان شهریار

کلیدواژه‌ها: روش محاسبهٔ غیررسمی، محاسبات ذهنی، یادگیری طوطی‌وار، یادگیری مهارت، سنجش برای تدریس، خطاها.

شاید جدی‌ترین نقدی که بر آموزش الگوریتم‌های رسمی وارد می‌باشد، وقت‌گیر بودن آموزش و پیچیدگی اجرای آن‌ها باشد

معرفی مفهوم الگوریتم

الگوریتم، یک فرآیند استاندارد و مرحله به مرحله برای حل مسائل است که به نوع مسائل وابسته است و اگر این مراحل به دقت دنبال شوند، به حل مسئله منتهی خواهند شد. اما مفهوم الگوریتم در ریاضیات ابتدایی، بیشتر به یک رشته عملیات استاندارد، نوشتنی و معین اطلاق می‌شود که در آن‌ها، دو یا چند عدد به‌کار رفته باشد، مانند «روش تجزیه برای تفریق»[1] یا «روش ضرب طولانی»[2].

توضیح و بحث

هر چند روش‌های ذهنی و غیررسمی زیادی وجود دارد که بعضاً کار با آن‌ها آسان‌تر و سریع‌تر است، اما این روش‌ها عمدتاً جامع نیستند و به نوع اعداد به‌کار رفته در مسئله وابسته هستند. لذا از این نظر، یادگیری برخی از الگوریتم‌های رسمی برای انجام محاسباتی که نیاز است قبل از پایان دورهٔ ابتدایی و بدون استفاده از ماشین حساب انجام شوند، می‌تواند مزایای متعددی را برای دانش‌آموزان به همراه داشته باشد. برای مثال، عملیاتی هم‌چون

۴۳۵+۹۶۴، ۴۳۶- ۸۰۵، ۳۸× ۶۴ و ۲۴÷۶۴۸

نمونه‌هایی از این نوع محاسبات هستند که برای حل آن‌ها، دانستن حداقل یک الگوریتم رسمی مفید است. مهم‌ترین مزیتی که در آموزش الگوریتم‌های رسمی وجود دارد، این است که دانش‌آموزان حداقل یک روش آماده برای حل مسئله‌ای که با آن روبه‌رو می‌شوند در اختیار دارند و می‌توانند فوراً و بدون در نظر گرفتن نوع اعداد به‌کار رفته در مسئله، از آن کمک بگیرند. شاید جدی‌ترین نقدی که بر آموزش الگوریتم‌های رسمی وارد می‌باشد، وقت‌گیر بودن آموزش و پیچیدگی اجرای آن‌ها باشد، در حالی‌که می‌توان به کمک یک ماشین‌حساب ساده و ارزان‌قیمت، با دقت بالاتری به جواب رسید و صرف وقت را نیز به حداقل رساند. اَسکیو[3] (۲۰۰۱، ص. ۱۱۳) معتقد است که با وجود اینکه ماشین‌حساب وسیله‌ای مناسب است که بیشتر بزرگسالان به استفاده از آن عادت دارند، اما به دلایل مختلف، هنوز هم روش‌های قلم و کاغذی[4] در برنامه‌های درسی پابرجا هستند که البته، «دلایل سیاسی آن، بیشتر از دلایل آموزشی آن است»!

دانش‌آموزان در دورهٔ ابتدایی، معمولاً هنگام استفاده از الگوریتم‌ها، مرتکب خطاهای زیادی می‌شوند. برخی از این خطاها به‌دلیل وجود الگوهای عمودی است که در ساختار بیشتر الگوریتم‌ها مشاهده می‌شود، برای مثال، دانش‌آموزان موقع استفاده از تفریق به روش تجزیه و هنگامی که یک عدد را مستقیماً زیر عدد دیگر می‌نویسند، ممکن است دچار خطاهایی شوند که ناشی از الگوی عمودی این روش است. فی‌یوسن[5] (۲۰۰۴)، عدم درک صحیح از ارزش مکانی ارقام یک عدد را، دلیل بروز خطا در الگوریتم‌هایی با ساختار عمودی می‌داند و معتقد است که «بسیاری از تحقیقات، نشان‌دهندهٔ این واقعیت است که کودکان، هنگام کار با اعداد چند رقمی، درک صحیحی از ارزش مکانی ارقام ندارند». مثلاً هنگامی که عدد ۲۶۸ زیر ۳۸۷ نوشته می‌شود تا با آن جمع شود، دانش‌آموز عدد ۲۶۸ را به‌صورت «دو، شش، هشت» می‌بیند و دیگر توجهی ندارد که ۲ نشانهٔ ۲۰۰ و ۶ نشانهٔ ۶۰ است. در نتیجه، ممکن است بعضی از کودکان، پاسخ ۵۱۴۱۵ را برای این جمع بنویسند (۱۵ = ۸+۷، ۱۴ = ۸+۶، ۵ = ۳+۲). به اعتقاد فی‌یوسن در چنین مواردی، این الگوی عمودی الگوریتم است که دانش‌آموزان را به انجام عملیات سه رقمی به‌صورت دو مجموعه با ارقام مجزا، تشویق می‌کند.

آموزش یک روش الگوریتمی، باعث می‌شود دانش‌آموزان به سادگی یک محاسبه را به شکل مکتوب انجام دهند. به عبارت دیگر، برای این کار، آن‌ها می‌توانند به‌راحتی به یادگیری حافظه‌ای و طوطی‌وار خود تکیه کنند و دیگر توجهی به درک مفهومی این مسئلهٔ پیش روی خود نداشته باشند. در الگوریتم تفریق، یک خطای معمول و همیشگی رخ می‌دهد و آن هنگامی است که یکی از ارقامِ عدد کوچک‌تر، صفر باشد (برای مثال ۳۰۲-۷۲۴). در این حالت، دانش‌آموز-به اشتباه-مشابه حالتی عمل می‌کند که رقم صفر در عدد بزرگ‌تر وجود دارد، چون طبق عادت یاد گرفته است که در مواجهه با رقم صفر، آن را به‌صورت یک بستهٔ ده‌تایی در نظر بگیرد و در نتیجه به شرط لازم در استفاده از این الگوریتم، یعنی قرار داشتن رقم صفر در عدد بالاتر، توجه کافی نشان نمی‌دهد (رزنیک[6]، ۱۹۸۲).

اتفاق معمول اما نه‌چندان خوش‌آیندی که ممکن است در اثر تأکید بر تدریس الگوریتم‌ها رخ دهد، آن است که دانش‌آموزان تصور کنند روش مناسب و پذیرفتنی برای انجام یک محاسبه، فقط همان الگوریتم رسمی است که در مدرسه آموخته‌اند (احتمالاً رفتار معلم یا والدین در ایجاد چنین تصوری، نقش پررنگی دارد). برای مثال، یک کودک ۹ ساله به سختی می‌تواند با استفاده از الگوریتم تجزیه، عدد ۱۹۸ را از ۲۰۲ کم کند و این در حالی است که او به‌راحتی می‌تواند این کار را به‌صورت ذهنی و با شمارش از ۱۹۸ تا ۲۰۲ انجام دهد. برای نمونه، نویسندگان این کتاب، چند محاسبه با اعداد دو رقمی را برای حل در اختیار تعدادی دانش‌آموز ۱۱ ساله قرار دادند. اتفاق جالبی که رخ داد این بود که بیشتر دانش‌آموزان، در انجام یکی از محاسبات یعنی محاسبهٔ حاصل‌ضرب ۲۰ در ۱۰، مرتکب اشتباه شدند. حتی پس از اینکه فهمیدند پاسخ صحیح ۲۰۰ است، باز به الگوریتم رسمی که به کار بسته بودند، رجوع کردند تا اشکال خود را بیابند و برخی نیز به دنبال یک الگوریتم دیگر برای محاسبهٔ مجدد بودند. آنان با وجودی که می‌دانستند پاسخ صحیح ۲۰۰ است و شکی در آن نداشتند، اما تصور می‌کردند این پاسخ زمانی پذیرفتنی است که در نتیجهٔ استفاده از یک الگوریتم مشخص حاصل شده باشد و این کار، فقط پاسخگوی انتظاری است که از آن‌ها می‌رود!

بنابراین، معلمان مدارس ابتدایی هنگام آموزش و ارائه یک الگوریتم خاص، نباید به‌گونه‌ای رفتار کنند که باعث ایجاد این تصور در ذهن دانش‌آموز گردد که فقط آن الگوریتم خاص، می‌تواند روش مناسبی برای حل این نوع معادله‌ها باشد، از طرف دیگر، بیش از اندازه و زودتر از موعد بر روش‌های ذهنی و غیررسمی تأکید نکنند، زیرا باعث می‌شود که دانش‌آموز، روش‌های ذهنی و غیررسمی را جایگزین الگوریتم‌های رسمی کند در حالی که یادگیری الگوریتم‌های رسمی، مفید است.

برنامهٔ درسی ملی انگلستان ویلز (DfEE, 1999 a)[7]، تدریس الگوریتم‌های رسمی را به معلمان ابتدایی توصیه می‌کند، ولی هرگز آن را تجویز نمی‌کند. هم‌چنین، استراتژی ملی سواد عددی (DfEE, 1999 b)، با تأکید بر روش‌های ذهنی و غیررسمی، بیان می‌کند که نباید از کودکان ۹ ساله انتظار داشته باشیم که برای هر محاسبه، تنها یک الگوریتم مناسب بلد باشند و فقط از آن استفاده کنند. این کمیته، در راستای اثبات ادعای خود، مثال‌هایی از جمع به‌صورت ستونی و تفریق به‌روش تجزیه، ذکر نمود که به کمک روش‌های ذهنی و غیررسمی و به‌صورت ساده‌تری حل می‌شدند. بعداً استراتژی ملیِ بازبینی شده برای مدارس ابتدایی در انگلستان، توصیه کرد که «معلمان سعی کنند حتماً الگوریتم‌های رسمی را در مدارس ابتدایی آموزش دهند

استراتژی ملی سواد عددی با تأکید بر روش‌های ذهنی و غیررسمی، بیان می‌کند که نباید از کودکان ۹ ساله انتظار داشته باشیم که برای هر محاسبه، تنها یک الگوریتم مناسب بلد باشند و فقط از آن استفاده کنند

تا بتوان از امتیاز ویژهٔ روش‌های مکتوب و استاندارد که همان عمومی بودن و قابل اتکا بودن آن‌هاست، استفاده کرد.»

مثال‌های عملی

در ادامهٔ بحث، دو گام عملی مهم در آموزش الگوریتم‌ها مطرح شده است که یکی برقراری رابطه و دیگری انتخاب الگوریتم است. این دو گام، مبتنی بر این فرضیه هستند که الگوریتم‌ها را باید توأم با درک و فهم کافی از مسئله و در جهت روشن شدن هرچه بیشتر مباحث آموزش داد. این دو گام را در مورد روش شبکه‌ای ضرب به‌طور عملی، به‌کار خواهیم گرفت.

دو گام عملی مهم در آموزش الگوریتم‌ها مطرح شده است که یکی برقراری رابطه و دیگری انتخاب الگوریتم است. این دو گام، مبتنی بر این فرضیه هستند که الگوریتم‌ها را باید توأم با درک و فهم کافی از مسئله و در جهت روشن شدن هرچه بیشتر مباحث آموزش داد. این دو گام را در مورد روش شبکه‌ای ضرب به‌طور عملی، به‌کار خواهیم گرفت

برقراری رابطه

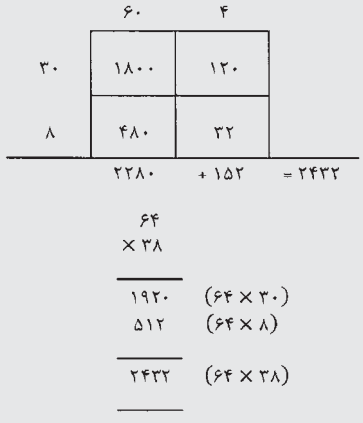
برای مقابله با تمایل دانش‌آموزان به یادگیری طوطی‌وار و حافظه‌ای الگوریتم‌ها، معلمان ابتدایی باید زمانی را نیز برای کمک به درک فرآیند الگوریتم توسط دانش‌آموزان در نظر بگیرند. این امر، معمولاً با برقراری رابطهٔ مستقیم بین دست‌ورزی نمادها، زبان مربوطه و اشیا یا تصویرهای ملموس انجام می‌شود. مثلاً، برای انجام الگوریتم تفریق به کمک تجزیه مثل ۲۶۹- ۴۳۵، معلم می‌تواند از یک سکهٔ ۴ پوندی به‌عنوان نماد چهارصد در ۴۳۵، سه سکهٔ ده‌پنی به‌جای نماد سی و از یک سکهٔ ۵پنی نیز به‌عنوان یکان ۵ استفاده کند. بعد نشان دهد که به‌جای یکان ۹ در ۲۶۹، باید از ۹ پنی استفاده کند، اما چون فقط ۵ تا از این سکه‌ها داریم، بنابراین یکی از سه سکهٔ ده‌پنی را انتخاب و آن را در قالب ۱۰ واحد یک پنی استفاده می‌کنیم. حال ۱۵ پنی داریم و دیگر به ۹ پنی نیازی نیست. سپس باید مشکل مشابه برای ۶ تا ده‌تایی را حل کنیم و به همین ترتیب، ادامه دهیم. در نتیجه، با استفاده از یک زبان مناسب (تبدیل یک ده‌تایی به ۱۰ تا یکی) و برقراری روابطی بین نمادهای درون معادله و دست‌ورزی با سکه‌ها، دانش‌آموز می‌تواند به آسانی، درکی از فرآیند آن الگوریتم داشته باشد.

انتخاب الگوریتم

معلمان ابتدایی باید آگاه باشند که ممکن است چندین الگوریتم برای حل یک معادله یا انجام یک محاسبه وجود داشته باشد و در انتخاب یک الگوریتم مناسب، لازم است به دو اصل مهم توجه کرد: الف) یک الگوریتم باید بتواند به دانش‌آموز در درک فرآیند پیش روی وی، کمک کند و یادگیری آن الگوریتم نه به‌صورت طوطی‌وار، بلکه همراه با درک و فهم باشد، ب) یک الگوریتم باید از بعد پیچیدگی و مهارت‌های لازم و داشتن پیش‌نیاز، متناسب با توانایی دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی باشد. برای نمونه، در مقایسهٔ دو الگوریتم تقسیم‌های متوالی[8] و تفریق‌های مکرر، هایلوک (۲۰۰۶، صص ۱۰۱ تا ۱۰۳)، آموزش الگوریتم تقسیم طولانی را نامتناسب با میزان دانش و توانایی دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی تشخیص می‌دهد. او توضیح می‌دهد این نامناسب بودن به این دلیل است که اولاً آموزش مفهومی این روش بسیار سخت است و ثانیاً شامل مهارت‌هایی است که دانش‌آموزان این ردهٔ سنی هنوز آن‌ها را کسب نکرده‌اند یا کمتر قادر به درک آن‌ها هستند. اما در مقابل، از استفاده از الگوریتم تفریق‌های مکرر دفاع می‌کند. البته روش تفریق‌های مکرر از سوی گروه Dutch TAL[9] نیز برای آموزش در مدارس ابتدایی، پذیرفته و توصیه شده است.

الگوریتم شبکه‌ای برای ضرب

بسیاری از معلمان مدارس ابتدایی در انگلستان از روش شبکه‌ای برای ضرب استفاده می‌کنند. از نظر آن‌ها این روش قابل فهم‌تر و در دسترس‌تر از روش قدیمی یعنی روش ضرب طولانی است. هرچند استراتژی سواد عددی[10] (DfEE, 1999 b: 67)، این روش را تحت عنوان یک روش غیررسمی برای ضرب دسته‌بندی می‌کند، اما روش الگوریتم شبکه‌ای در بسیاری از جنبه‌ها، به یک الگوریتم رسمی و استاندارد شبیه است. شکل ۱، محاسبهٔ ۶۴×۳۸ را به هر دو روش نشان می‌دهد. در روش ضرب طولانی، حاصل ضرب طی سه مرحله به‌دست می‌آید؛ دو مرحلهٔ اول جایگاه خاص خود را دارند: ۶۴×۳۰ و



شکل ۱: الگوریتم ضرب طولانی و شبکه ای ضرب برای یافتن حاصل ۶۴×۳۸

۶۴×۸، در مرحلهٔ سوم، حاصل دو مرحلهٔ قبلی را با یکدیگر جمع می‌شوند. در روش شبکه‌ای، تعداد مراحل

بیشتر است، ولی در عین حال، انجام هر کدام از مراحل آسان‌تر است، این مراحل شامل محاسبهٔ: ۶۰×۳۰، ۸×۶۰، ۳۰×۴، ۸×۴ و در پایان، جمع کردن همهٔ مقادیر موجود در شبکه‌هاست.

برای ایجاد رابطه و آموزش مفهومی الگوریتم شبکه‌ای، این الگوریتم را می‌توان با مثالی که در آن، مساحت یک ناحیهٔ مستطیلی شکل به ابعاد ۶۴ واحد در ۳۸ واحد خواسته شده است، همراه ساخت. با تقسیم کردن کل ناحیه مستطیلی به چهار ناحیهٔ کوچک‌تر، و جمع مساحت این چهار ناحیه با هم، می‌توان مساحت کل را به‌دست آورد. در این صورت است که فهم و درک دقیق‌تری از فرآیند ضرب حاصل خواهد شد. استراتژی ملی بازبینی شده برای مدارس ابتدایی[11] (DfES, 2006 a: 48-50)[12] تدریس الگوریتم شبکه‌ای را توصیه می‌کند اما نه به‌عنوان یک الگوریتم جامع و مناسب برای همهٔ ضرب‌ها، بلکه قائل به تدریس آن یک گام، بعد از تدریس الگوریتم ضرب طولانی است.

مطالعهٔ بیشتر

توصیه می‌شود فصل «محاسبه‌های ستونی و الگوریتم‌ها» نوشتهٔ تریفرز[13] و همکاران، در رابطه با پروژهٔ TAL در هلند، را مطالعه فرمایید (فن‌دل هیول، فن هیوزن، ۲۰۰۱)[14]. اَسکیو در فصلی با عنوان «سیاست، اجرا و اصول در تدریس حساب: چه چیزی دلیل تفاوت‌هاست؟» در کتاب گیتس (۲۰۰۱)، تحلیلی جامع و کارآمد از تفاوت‌های بین روش‌های محاسباتی مبتنی بر استراتژی (معمولاً استراتژی‌های غیررسمی) و روش‌های مبتنی بر فرآیند (الگوریتمی) ارائه کرده است. هم‌چنین فی‌یوسن در فصلی با عنوان «اهداف و استانداردهای پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوم» نظرات جالبی را دربارهٔ الگوریتم‌های موجود در جمع و تفریق که مختص دانش‌آموزان حداکثر هفت ساله در ایالات متحده است، مطرح کرده است. وی همچنین، به مطالعه و نقد توصیه‌های استراتژی ملی برای مدارس ابتدایی (DfES, 2006 a) که از طریق وبگاه (www.standards.dfes.gov.uk/primary/mathematics) قابل دسترسی است، پرداخته است.

معرفی مفهوم سنجش برای یادگیری[15]

گروه اصلاح سنجش[16] (۲۰۰۲)، «سنجش برای یادگیری» را چنین تعریف می‌کند: «فرایند جست‌وجو و تفسیرِ شاخص‌ها و شواهد جمع‌آوری شده برای ارزیابی و تشخیص آنکه دانش‌آموزان در کجای مسیر یادگیری قرار گرفته‌اند، تا کجا باید پیش بروند و در جهت یادگیری چقدر خوب عمل کرده‌اند. ارزیابی دانش‌آموز - هم توسط معلم و هم توسط خودش- سنجش برای یادگیری اطلاق می‌شود». موضوع سنجش، به‌طور کلی همهٔ روش‌هایی را شامل است که افراد جهت کسب اطلاع از کیفیت، کمیت و سطح دانش و یادگیری خود یا دیگران، به‌کار می‌گیرند تا پس از کسب اطلاعات لازم، بتوانند به کمک این شواهد، در مورد آن بخش از مسیر یادگیری که طی شده است، قضاوت و برای ادامهٔ مسیر برنامه‌ریزی کنند. اما «سنجش برای یادگیری»، به‌عنوان بخشی از آن، بیشتر بر مشارکت فعال دانش‌آموزان در ارزیابی خود به‌عنوان یک ابزار کارآمد و یک جزء ذاتی از فرایند یادگیری، تأکید دارد.

توضیح و بحث

سنجش می‌تواند به دو صورت **تراکمی**[17] یا **سازنده**[18] باشد. سنجش **تراکمی** جایی است که هدف، داوری و نتیجه‌گیری کلی دربارهٔ یادگیری دانش‌آموزان است و عمدتاً برای گزارش دادن در مورد تحقق اهداف در پایان یک دورهٔ آموزشی استفاده می‌شود. سنجش **سازنده** جایی است که هدف، جمع‌آوری اطلاعات دربارهٔ یادگیری دانش‌آموزان برای ساخت، تثبیت یا بازسازی روش تدریس اتخاذ شده در جهت ارتقای کیفیت یادگیری به‌کار می‌رود. سنجش یادگیری دانش‌آموزان می‌تواند با دو منظور؛ یکی ارزیابی اهداف آموزشی کوتاه‌مدت[19] (در مورد یک یا چند درس خاص)، یا اهداف میان‌مدت[20] (برای یک بازهٔ زمانی طولانی‌تر) اجرا شود. اجرای سنجش‌های کوتاه‌مدت، آسان‌تر است و در آن، اهداف نیز خاص‌تر هستند، مثلاً حتی می‌توانند در قالب یک پرسش مثل این باشند که «دانش‌آموزان تا جمعه وقت دارند مشخص کنند کدام یک از اعداد صحیح کمتر از ۱۰۰، عدد اول هستند؟». در حالی که سنجش اهداف میان‌مدت سخت‌تر است، به این دلیل که معمولاً در متن آن‌ها، از زبان عمومی‌تری استفاده می‌شود و طبیعی است که ارزیابی مقاصد عمومی‌تر، دشوارتر است. برای مثال، وقتی به‌عنوان هدف ارزشیابی، می‌گوییم که «دانش‌آموزان آن‌قدر توانمند شوند که در هنگام مواجهه با مسائل بتوانند از اطلاعات و مهارت‌های ریاضی خود، مانند مهارت حل مسئله و مهارت تحقیق کردن، به‌خوبی استفاده کنند»، نمونه‌ای از هدف میان‌مدت است که تا حدودی عمومی بیان شده است، لذا سنجش آن سخت‌تر است.

استراتژی ملیِ بازبینی شده برای مدارس ابتدایی در انگلستان، توصیه کرد که «معلمان سعی کنند حتماً الگوریتم‌های رسمی را در مدارس ابتدایی آموزش دهند تا بتوان از امتیاز ویژهٔ روش‌های مکتوب و استاندارد که همان عمومی بودن و قابل اتکا بودن آن‌هاست، استفاده کرد»

در سال‌های اخیر در انگلستان، علاقهٔ فراوانی به «سنجش برای یادگیری» به‌وجود آمده است و تقریباً همگان، به‌جای «سنجش یادگیری» بر «سنجش برای یادگیری» تأکید می‌کنند و معتقدند نقش اصلی سنجش، سازندگی آن است و این نقش، باید به‌عنوان یک ابزار مؤثر برای ارتقای یادگیری، مورد توجه قرار گیرد. کارکرد نقش سازندگی سنجش، به این معنی است که در سنجش **سازنده**، باید خط‌مشی و جهت اهداف از حول آموزش معلمان، ارتقای سطح دانش و طراحی طرح درس‌های بهتر، به‌سمت تمرکز بیشتر بر دانش‌آموز و کمک به او برای کسب توانایی اصلاح و توسعهٔ یادگیری خود، تغییر یابد. گروه اصلاح سنجش، طی مطالعاتی نشان می‌دهد که چگونه سنجش می‌تواند بخشی از فرایند یادگیری باشد و دانش‌آموزان را در درک و فهم اهداف یادگیری و حضور فعال‌تر در روند ارزشیابی یادگیری خود، دخیل کند و یاری و تشویق نماید. این گروه، شواهدی به‌دست آورد که نشان می‌داد هر زمانی که دانش‌آموزان فعالانه در روند سنجش خود مشارکت کنند، یادگیری آن‌ها افزایش می‌یابد و بهتر می‌توانند در پیشرفت یادگیری خود سهیم باشند. (گروه اصلاح سنجش، ۱۹۹۹).

به‌طور کلی، می‌توان برای «سنجش برای یادگیری»، سه هدف اصلی در نظر گرفت:

۱. تربیت دانش‌آموزانی با توانایی بررسی پیشرفت خود در مسیر تحقق اهداف یادگیری.

۲. تشویق دانش‌آموزان برای انجام بهترین‌ها.

۳. تربیت دانش‌آموزان به‌عنوان یادگیرندگانی مستقل همراه با مهارت‌های خودارزیابی[۲۱].

ریاضی دارای ماهیتی است که کاربرد این ایده (سنجش برای یادگیری) در آن، بسیار مناسب به‌نظر می‌رسد، زیرا بیشتر مفاهیم ریاضی را می‌توان به‌طور واضح و صریح تعریف کرد و خصوصیات آن‌ها را مشخص کرد. لذا سنجش اهدافِ مفاهیم ریاضی، از موضوعاتی که از تعریف نسبی یا عمومی‌تری برخوردارند، آسان‌تر است. بنابراین، دانش‌آموزان با توجه به صراحت اهداف، سریع‌تر متوجه می‌شوند که چه چیزی را باید یاد بگیرند و قضاوت کنند که آن چیز را یاد گرفته‌اند یا خیر. با این حال، در به‌کارگیری «سنجش برای یادگیری» در مورد ریاضی، باید محتاط بود، زیرا بیم آن می‌رود که به‌دلیل مشکل بودن سنجش سطوح بالاتر یادگیری در ریاضی مانند فهمیدن، حل مسئله، ابتکار و اجرای خلاقانه، تمایل معلمان و دانش‌آموزان بیشتر به‌سمت سنجش جنبه‌های سطح پایین و آسان‌تر ریاضی مانند دانش و مهارت‌ها، نوشتن و اجرای سریع محاسبات که سنجش آن‌ها آسان‌تر است، سوق یابد. نیس[۲۲] (۲۰۰۳) با هشدار در مورد این خطر، بیان می‌کند که «آنچه که در آموزش پیش‌بینی شود ولی سنجش نشود، خیلی زود از دیده‌ها محو شده و اهمیت خود را از دست می‌دهد».

در انتخاب یک الگوریتم مناسب، لازم است به دو اصل مهم توجه کرد: الف) یک الگوریتم باید بتواند به دانش‌آموز در درک فرآیند پیش روی وی، کمک کند و یادگیری آن الگوریتم نه به‌صورت طوطی‌وار، بلکه همراه با درک و فهم باشد، ب) یک الگوریتم باید از بعد پیچیدگی و مهارت‌های لازم و داشتن پیش‌نیاز، متناسب با توانایی دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی باشد

مثال‌های عملی

معلمان دورهٔ ابتدایی که از روش «سنجش برای یادگیری» استفاده می‌کنند، می‌بایست به نکات زیر توجه داشته باشند:

۱. اهداف و مقاصد هر درس را با دانش‌آموزانشان در میان بگذارند؛

۲. اطمینان یابند که دانش‌آموزان این اهداف و مقاصد را به‌خوبی فهمیده‌اند؛

۳. به دانش‌آموزان خود توضیح دهند که چگونه می‌توانند متوجه شوند که به اهداف دست یافته‌اند یا خیر؛

۴. زمان کافی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند تا دربارهٔ معیارهایی که برای سنجش خود به‌کار می‌برند، بحث کنند، هم‌چنین، از یک زبان قابل درک برای دانش‌آموزان استفاده کنند و مثال‌هایی تهیه کنند که نشان دهند منظور از موفقیت و نیل به اهداف، چیست؛

۵. با استفاده از ابزارهای مختلف، فرصت‌هایی را برای سنجش در کلاس درس خود فراهم کنند تا به کمک این فرصت‌ها، هم خود در جریان پیشرفت یادگیری دانش‌آموزان قرار گیرند و هم دانش‌آموزان؛

۶. دانش‌آموزانی تربیت کنند که مستقلاً بتوانند مشخص کنند که به چه چیزهایی دست یافته‌اند و نقاط ضعف خود را شناسایی و برطرف کنند و به‌طور کلی، از عهدهٔ بررسی و ارزیابی خود برآیند.

در ادامه، برای هدف آموزشی[۲۳] که قبلاً عنوان شد یعنی: «دانش‌آموزان تا جمعه وقت دارند که مشخص کنند که کدام یک از اعداد صحیح کمتر از ۱۰۰، عدد اول هستند؟»، یک مثال عملی ارائه می‌کنیم و توضیح خواهیم داد که چگونه معلمان، می‌توانند برای دانش‌آموزان ۱۰ و ۱۱ سالهٔ خود، از ایدهٔ «سنجش برای یادگیری» استفاده کنند.

در ابتدای آخرین جلسه مربوط به آموزش اعداد اول، هدف رفتاری فوق در کلاس مطرح می‌شود و برای آگاهی از اینکه دانش‌آموزان، نکات و مفاهیم کلیدی مربوط به اعداد اول را فهمیده‌اند یا خیر، از روش پرسش

استفاده می‌کنیم. مفاهیم کلیدی مرتبط در این مورد خاص می‌تواند شامل «عدد صحیح»، «کمتر از ۱۰۰» و «عدد اول» باشد و برای نمونه پرسش مطرح شده نیز می‌تواند «چه هنگام درمی‌یابید که به جواب (عدد اول کمتر از صد) دست یافته‌اید یا خیر؟» باشد. سنجش برای یادگیری، در قالب پرسش کتبی نیز امکان‌پذیر است. مثلاً معلم برای شروع، چند عدد کمتر از ۱۰۰ را روی تخته می‌نویسد و از دانش‌آموزان می‌خواهد که مشخص کنند کدام یک اول است و کدام یک اول نیست، سپس کلاس را برای پاسخ دادن به یک برگهٔ ده سؤالی آماده می‌کند و از آن‌ها می‌خواهد که حداقل به هشت مورد از آن‌ها، پاسخ صحیح بدهند.

پس از آموزش مفاهیم اصلی درس، فعالیت‌های گروهی برای تعیین اعداد اول آغاز می‌شود و معلم در ابتدا، میزان مشارکت و عملکرد انفرادی هر یک از دانش‌آموزان را می‌سنجد. در ۱۰ دقیقهٔ آخر کلاس، دانش‌آموزانِ هر گروه، پاسخ‌های خود را به‌صورت شفاهی در کلاس مطرح و به اشتراک می‌گذارند. معلم به اعضای هر گروه فرصت می‌دهد که در مورد درست یا غلط بودن پاسخ‌های گروه‌های دیگر بحث کنند. معلم می‌تواند گهگاهی با نیم‌نگاه به پاسخ‌ها و مباحث گروه‌ها، با لحنی پرسشی، در بحث آن‌ها مداخله کند. برای مثال، بپرسد که «بچه‌ها! چرا خیلی از شماها ۹۱ را عدد اول معرفی کرده‌اید؟ فکر نمی‌کنید که شاید اشتباه کرده‌اید؟». این‌گونه مداخلات بجا از جانب معلم، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا اشتباهاتی را که در بحث‌های میان‌گروهی و بین‌گروهی متوجه آن‌ها نشده‌اند، به کمک معلمشان کشف کنند. در پایین برگهٔ هر دانش‌آموز، از او خواسته می‌شود تا خلاصه‌ای از چگونگی یافتن پاسخ برای سؤالات را توضیح دهد و بنویسد که آیا به اهداف دست یافته است یا خیر، اگر پاسخ «خیر» است، توضیح دهد که کجا و با چه مشکلی مواجه بوده است و در نهایت، مشخص کند که چه چیزی دربارهٔ یادگیری خود، یاد گرفته است. در پایان سنجش، معلم برگه‌ها را جمع‌آوری می‌کند و حین تصحیح آن‌ها، مشخص می‌کند که هر دانش‌آموز، به چه چیزی دست یافته است و دربارهٔ اشتباهات یا مشکلاتی که با آن روبه‌رو بوده است، صحبت می‌کند و برای چیره شدن بر آن مشکلات، دانش‌آموز را راهنمایی می‌کند.

مطالعهٔ بیشتر

بِلَک[24] (۲۰۰۲)، کار مفید در مورد سنجش برای یادگیری ارائه کرده است. کتاب مفید دیگری نیز دربارهٔ مسائل عمومی در سنجش برای یادگیری و آموزش در دروهٔ ابتدایی وجود دارد که توسط بریگز[25] (۲۰۰۳) نوشته شده است. حَفیس[26]، یک فصل کاربردی با عنوان «استفاده از سنجش برای توسعهٔ آموزش و یادگیری»، در تامسون (۲۰۰۳) ارائه کرده است که در آن، به تشریح فعالیت‌ها و نظرات گروه اصلاح سنجش در رابطه با یادگیری ریاضی پرداخته است. برای مطالعهٔ دقیق‌ترِ موضوعات وابسته به سنجش در ریاضی و تحلیل اهداف سنجش در سه بُعد دانش‌آموز، معلم و نظام آموزشی، می‌توانید به فصلی با عنوان «سنجش در آموزش ریاضی و اثرات آن» از نیس (۱۹۹۳) رجوع کنید.

پی‌نوشت‌ها

1. Decomposition for Subtraction
2. Long Multiplication
3. Askew
4. Paper-and-Pencil Procedures
5. Fuson
6. Resnick
۷. این عبارت مخفف Departement for Education and Employment با نام فارسی ادارهٔ آموزش و استخدام انگلستان می‌باشد و همچنین شمارهٔ سال در کنار حروف a یا b به تاریخ یا نوع سند منتشر شده از جانب آن اداره اشاره دارد.
8. Long Division
۹. نام این گروه از عبارت هلندی Tussendoelen Annex Leerlijne با معنای فارسی «ضمیمه‌ای برای اهداف برنامهٔ درسی» گرفته شده است.
10. Numeracy strategy
11. Revised National Strategy for Primary School
۱۲. این عبارت مخفف Departement for Education and Skills با نام فارسی ادارهٔ آموزش مهارت انگلستان می‌باشد و همچنین شمارهٔ سال در کنار حروف a یا b به تاریخ یا نوع سند منتشر شده از جانب آن اداره اشاره دارد.
13. Treffers
14. Van den Heuvel-Panhuizen
15. Assessment for Learning
16. Assessment Reform Group, Retreieved from www.qca.org.uk
17. Summative
18. Formative
19. Short-term Objectives
20. Medium-term Goals
21. Self-assessment
22. Niss
23. Specific Objective
24. Black
25. Briggs
26. Hafees